Détermination du flux de chaleur instationnaire sur les surfaces cylindriques

STANISŁAW ŁOPATA

Ecole Polytechnique de Cracovie, Institut des Appareils Industriels et Energétique, 24, rue Warszawska, 31-155 Krakow, Pologne

(Reçu le 18 Juillet 1988)

Résumé—L'objet de cette étude théorique et expérimentale est la détermination du flux de chaleur instationnaire traversant une paroi cylindrique. Le principe de la méthode nécessite de connaître les lois de températures dans deux points du corps. La résolution de ce problème est obtenue en utilisant une méthode approchée de type "averaging of the functional corrections". On analyse les précisions des formules obtenues. Enfin on présente la construction d'une sonde fluxmétrique et les études expérimentales.

1. INTRODUCTION

L'AUGMENTATION de la disponibilité et de la fiabilité ainsi que de la durée de vie de nombreux appareils thermiques et surtout leurs éléments sous pression soumis à l'action de hautes températures constitue un problème très important dans la technique. Le flux de chaleur sur les surfaces de chauffe est un des plus importants paramètre déterminant les conditions de leur fonctionnement. Les résultats d'observation ont fourni des indications utiles pour la construction et la transformation. Le savoir-faire de la mesure de cette grandeur est particulièrement essentielle dans les chaudières à vapeur. Cela s'ensuit entre outre par la nécessité de composer et de développer de nouvelles méthodes des calculs, tenant compte par exemple la détérioration des combustibles, la chauffe mixte et aussi la variabilité des participations mutuelles des différents combustibles, l'augmentation de la taille des installations, la fluctuation de rendement, etc.

Selon les types des chaudières et de leur destination ainsi que les régimes de chauffe et l'endroit de la mesure les valeurs et les variations éventuelles des flux thermiques vont de quelque 10^3 W m^{-2} à plus de 10^6 W m^{-2} [1-3]. Pourtant il faut remarquer que ces variations ne sont pas le plus souvent particulièrement rapides.

Le flux de chaleur est déterminé indirectement sur la base des variations de températures du capteur dont les caractéristiques thermophysiques sont connues. Parmi de nombreuses méthodes peu d'entre elles sont applicables pour les utiliser dans les chaudières surtout en régimes transitoires. C'est dans la majorité des méthodes où le capteur de mesure imite la plaque infinie [3]. Dans peu d'entre elles l'élément sous la forme d'un cylindre fait la base des études. Les unes sont applicables pour un temps très court [4, 5] et les autres donnent des formules complexes et laborieuses à mettre en oeuvre [5, 6]. On peut remarquer que l'acceptation de cette forme de capteur a pour conséquence des conditions de mesure beaucoup plus rapprochées de la réalité. Utilisant un capteur de mesure de forme convenable, il est possible de déterminer simultanément des flux thermiques dans différentes directions, par exemple sur le périmètre d'un tube de chaudière. On a fait aussi usage de l'élément sous cette forme pendant les études expérimentales des propriétés et des conditions de formations de l'encrassement des tubes-écrans [7].

Dans la pratique, les éléments cylindriques utilisés pour déterminer un flux de chaleur sont le plus souvent les tubes-fluxmètres [1, 2, 8-13]. Ces appareils sont complètement incorporés aux tubes-écrans. Les uns de types connus permettent de mesurer les températures en deux points voisins de la paroi à profondeur différente ou directement leur différence. Les autres ont la possibilité de mesurer la température de la paroi et du fluide, mais pour déterminer le flux il est encore indispensable de connaître le coefficient d'échange par convection. La précision de la grandeur déterminée dépend du grand degré de la valeur admise pour le coefficient d'écoulement périphérique de la chaleur. Il est fonction de nombreux paramètres, par exemple: l'épaisseur de la paroi, la dimension des tubes, la valeur du flux, de coefficient d'échange, etc. [12, 14]. Dans beaucoup de publications, en général, on ne prend pas en considération l'écoulement périphérique de chaleur dans la zone de mesure, c'est-àdire de la partie frontale du capteur à l'arrière de celuici. D'après les études [9] dans les tubes-écrans avec une épaisseur de paroi de 5 à 6 mm cet écoulement périphérique atteint 10 à 15% et pour une épaisseur de 10 mm déjà 25 à 30%. En plus, la position faussement déterminée des soudures chaudes de thermocouples insérés dans les trous borgnes des capteurs peut devenir une source d'erreur additionnelle. Dans ces conditions, et en égard à d'autres facteurs non mentionnés ci-dessus, les appareils dont nous écrivons, ont été étalonnés avant leur assemblage par soudure aux tubes. Cela est assez embarrassant et nécessite des

NUTATIONS							
а	diffusivité thermique [m ² s ⁻¹]	Т	température dans le milieu [°C]				
a_0, a	a_1, a_2, b_0, b_1, b_2 coefficients des	$T_1(t)$) température de la surface réceptrice d				
	polynômes		capteur [°C]				
С	constante d'integration	$T_2(t)$) température de la surface refroidie du				
E	erreur [%]		capteur [°C]				
Fo	nombre de Fourier, at/r_w	t	temps [s].				
q	densité du flux de chaleur $[W m^{-2}]$						
$\frac{1}{q_{\alpha}}$	densité du flux de chaleur donné $[W m^{-2}]$						
r	distance radiale [m]	Symbo	bles grecs				
r.	rayon extérieur du cylindre [m]	δ	épaisseur du capteur de mesure [m]				
r	ravon intérieur du cylindre [m]	λ	conductivité thermique [W $m^{-1} K^{-1}$].				

dispositifs spéciaux. Il faut ajouter que maintes fois pour déterminer des flux thermiques instationnaires, on s'est servi de formules correspondant aux régime stationnaires.

2. PRINCIPE DE LA MÉTHODE

L'étude présentée ici concerne la détermination de la condition à la limite, suivant les variations de températures mesurées dans les points intérieurs du corps solide constitué par le cylindre. Dans ce cas, tenant compte de la précision de la méthode, c'est la connaissance des températures de surfaces réceptrices qui est la meilleure. Il faut donc résoudre le problème direct du transfert de chaleur avec les conditions aux limites connues et puis remonter à la condition de flux à la paroi. Ainsi nous avons affaire à un problème de conduction pseudo-inverse.

On suppose que les caractéristiques thermophysiques du matériau homogène dont le cylindre est fait, ne dépendent pas de la température et que l'écoulement de chaleur dans le volume d'étude ne dépend que de la distance radiale et du temps. Le schéma est présenté sur la Fig. 1. Admettant que T(r, t) est la température instantanée du cylindre audessus de sa température initiale laquelle est admise uniforme dans toute la masse, le problème est représenté par le système suívant :

$$\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = \frac{1}{a} \frac{\partial T(r,t)}{\partial t}$$
(1)



FIG. 1. Schématisation du modèle utilisé.

$$T(r_z, t) = T_1(t) \tag{2}$$

$$T(r_{w},t) = T_{2}(t) \tag{3}$$

$$T(t,0) = 0.$$
 (4)

Pour résoudre ce système d'équations, nous avons choisi une méthode approchée du premier ordre de type "averaging of the functional corrections" appliquée aux équations différentielles, intégrales, intégro-différentielles [15], et utilisée bien des fois avec succès dans des problèmes de transfert de chaleur. Elle consiste à remplacer la fonction continue dans l'espace par sa moyenne intégrale dans cet espace. En conformité avec l'essentiel de la méthode ci-dessus, nous remplaçons la vitesse d'évolution de la température locale par la vitesse moyenne. Deux relations sont possibles :

$$\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} = f(t)$$
(5)

$$\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = g(t)$$
(6)

où les fonctions f(t) et g(t) peuvent être définies de la manière suivante :

$$f_1(t) = \frac{1}{r_z - r_w} \int_{r_w}^{r_z} \left[\frac{1}{a} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right] dr$$
(7)

$$f_2(t) = \frac{2}{r_z^2 - r_w^2} \int_{r_w}^{r_z} \left[\frac{1}{a} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right] r \, \mathrm{d}r$$
(8)

$$g_1(t) = \frac{1}{r_z - r_w} \int_{r_w}^{r_z} \frac{1}{a} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} dr$$
(9)

$$g_{2}(t) = \frac{2}{r_{z}^{2} - r_{w}^{2}} \int_{r_{w}}^{r_{z}} \frac{1}{a} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} r \, \mathrm{d}r.$$
(10)

Dans ces conditions il est possible d'étudier les quatre cas. Pour la bonne lisibilité nous les nommons ainsi :

cas II —les relations (5) et (8); cas III—les relations (6) et (9); cas IV—les relations (6) et (10).

Les solutions simples de (5) et (6) satisfaisant aux conditions (3) et (4) et respectivement aux différents cas sont:

cas I et II

$$T(r,t) = \frac{1}{2}f(t)r^{2} + \left[\frac{T_{1}(t) - T_{2}(t)}{r_{z} - r_{w}} - \frac{1}{2}(r_{z} - r_{w})f(t)\right]r + \frac{1}{2}f(t)r_{z}r_{w} + \frac{T_{2}(t)r_{z} - T_{1}(t)r_{w}}{r_{z} - r_{w}}$$
(11)

où f(t) ext exprimé respectivement par (7) ou (8);

cas III et IV

$$T(r,t) = \frac{1}{4}g(t)r^{2} + \left[\frac{T_{1}(t) - T_{2}(t)}{\ln\frac{r_{z}}{r_{w}}} - \frac{r_{z}^{2} - r_{w}^{2}}{4\ln\frac{r_{z}}{r_{w}}}g(t)\right]\ln r$$
$$+ \frac{r_{z}^{2}\ln r_{w} - r_{w}^{2}\ln r_{z}}{4\ln\frac{r_{z}}{r_{w}}}g(t) + \frac{T_{2}(t)\ln r_{z} - T_{1}(t)\ln r_{w}}{\ln\frac{r_{z}}{r_{w}}}$$
(12)

où g(t) est exprimé respectivement par (9) ou (10).

Appliquant aux équations (7)–(10) la règle de Leibniz en rapportant convenablement les expressions (11) et (12), on obtient alors les équations différentielles permettant de calculer les fonctions f(t) et g(t). La forme générale de ces équations est :

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + m_i y(t) = p_i(t) \tag{13}$$

et $p_i(t) \rightarrow k$ pour $t \rightarrow \infty$.

La solution de l'équation (13) est l'expression :

$$y(t) = \exp\left(-m_i t\right) \left[C + \int p_i(t) \exp\left(m_i t\right) dt \right].$$
(14)

Avec la règle de l'Hopital, on constate que pour $m_i > 0$ toutes les solutions tendent vers k/m_i , lorsque $t \to \infty$.

Dans les expressions (13) et (14) la fonction y(t) est équivalente à f(t) ou g(t) et i = 1, 2, 3, 4. La constante C = 0, résulte de la condition initiale (4).

On obtient ainsi les relations suivantes pour m_i et $p_i(t)$:

pour le cas I

$$m_{1} = \left(24 - 6\frac{r_{z} + r_{w}}{r_{z} - r_{w}} \ln \frac{r_{z}}{r_{w}}\right) \frac{a}{(r_{z} - r_{w})^{2}}$$

$$p_{1}(t) = \frac{6}{(r_{z} - r_{w})^{2}} \frac{d}{dt} [T_{1}(t) + T_{2}(t)]$$

$$- \frac{12a \ln \frac{r_{z}}{r_{w}}}{(r_{z} - r_{w})^{4}} [T_{1}(t) - T_{2}(t)]; \quad (15)$$

pour le cas II

$$m_{2} = 12 \frac{a}{(r_{z} - r_{w})^{2}}$$

$$p_{2}(t) = \frac{4}{(r_{z} - r_{w})^{2}(r_{z}^{2} - r_{w}^{2})} \frac{d}{dt} [(2r_{z}^{2} - r_{z}r_{w} - r_{w}^{2})T_{1}(t) + (r_{z}^{2} + r_{z}r_{w} - 2r_{w}^{2})T_{2}(t)] - \frac{12a}{(r_{z} - r_{w})^{2}(r_{z}^{2} - r_{w}^{2})} [T_{1}(t) - T_{2}(t)]; \quad (16)$$

pour le cas III

$$m_{3} = \frac{12(r_{z} - r_{w})^{2} \ln \frac{r_{z}}{r_{w}}}{2(r_{z}^{2} + r_{z}r_{w} + r_{w}^{2}) \ln \frac{r_{z}}{r_{w}} - 3(r_{z}^{2} - r_{w}^{2})} \frac{a}{(r_{z} - r_{w})^{2}}$$

$$p_{3}(t) = \frac{12}{\left[2(r_{z}^{2} + r_{z}r_{w} + r_{w}^{2})\ln\frac{r_{z}}{r_{w}} - 3(r_{z}^{2} - r_{w}^{2})\right](r_{z} - r_{w})} \\ \times \frac{d}{dt} \left[\left(r_{z}\ln\frac{r_{z}}{r_{w}} - r_{z} + r_{w}\right)T_{1}(t) + \left(r_{z} - r_{w} - r_{w}\ln\frac{r_{z}}{r_{w}}\right)T_{2}(t)\right]; \quad (17)$$

pour le cas IV

$$m_{4} = \frac{8(r_{z} - r_{w})^{2} \ln \frac{r_{z}}{r_{w}}}{(r_{z}^{2} + r_{w}^{2}) \ln \frac{r_{z}}{r_{w}} - (r_{z}^{2} - r_{w}^{2})} \frac{a}{(r_{z} - r_{w})^{2}}$$

$$p_{4}(t) = \frac{4}{\left[(r_{z}^{2} + r_{w}^{2}) \ln \frac{r_{z}}{r_{w}} - (r_{z}^{2} - r_{w}^{2})\right](r_{z}^{2} - r_{w}^{2})}$$

$$\times \frac{d}{dt} \left[\left(2r_{z}^{2} \ln \frac{r_{z}}{r_{w}} - r_{z}^{2} + r_{w}^{2}\right) T_{1}(t) + \left(r_{z}^{2} - r_{w}^{2} - 2r_{w}^{2} \ln \frac{r_{z}}{r_{w}}\right) T_{2}(t) \right]. \quad (18)$$

Compte tenu du système de coordonnées, Fig. 1, le flux de chaleur sur le surface extérieure du cylindre $(r = r_z)$ est déterminé par la loi de Fourier:

$$q(t) = \lambda \frac{\partial T(r_z, t)}{\partial r}.$$
 (19)

Après la substitution de (11) ou (12) dans (19), on obtient les expressions permettant de calculer q(t), en se basant sur la connaissance des variations de températures des deux surfaces du cylindre:

pour les cas I et II

$$q(t) = \lambda \left[\frac{T_1(t) - T_2(t)}{r_z - r_w} + \frac{1}{2} (r_z - r_w) f(t) \right]$$
(20)

où f(t) s'exprime par la relation (14) et suivant le cas par (15) ou (16);

pour les cas III et IV

$$q(t) = \lambda \left[\frac{T_1(t) - T_2(t)}{r_z \ln \frac{r_z}{r_w}} + \frac{2r_z^2 \ln \frac{r_z}{r_w} - r_z^2 + r_w^2}{4r_z \ln \frac{r_z}{r_w}} g(t) \right]$$
(21)

où g(t) s'exprime par la relation (14) et selon le cas par (17) ou (18).

Si les variations de températures $T_1(t)$ et $T_2(t)$ sont approximées par des polynômes, après des transformations mathématiques sans difficulté, on pourra obtenir des relations très simples pour compter les fonctions f(t) et g(t). En effectuant par exemple l'approximation:

$$T_{1}(t) = a_{0} + a_{1}t + a_{2}t^{2}$$

$$T_{2}(t) = b_{0} + b_{1}t + b_{2}t^{2}$$
(22)

les expressions convenables ont les formes suivantes :

cas I

$$f_{1}(t) = \frac{6}{m_{1}(r_{z} - r_{w})^{2}} \left[(a_{1} + b_{1}) + 2(a_{2} + b_{2}) \left(t - \frac{1}{m_{1}} \right) \right]$$
$$- \frac{12a \ln \frac{r_{z}}{r_{w}}}{m_{1}(r_{z} - r_{w})^{4}} \left\{ (a_{0} - b_{0}) + \left[(a_{1} - b_{1}) - \frac{2}{m_{1}} (a_{2} - b_{2}) \right] \times \left(t - \frac{1}{m_{1}} \right) + (a_{2} - b_{2})t^{2} \right\}; \quad (23)$$

cas II

$$f_{2}(t) = \frac{1}{3a(r_{z}^{2} - r_{w}^{2})}$$

$$\times \left\{ (2r_{z}^{2} - r_{z}r_{w} - r_{w}^{2}) \left[a_{1} + 2a_{2} \left(t - \frac{1}{m_{2}} \right) \right] \right\}$$

$$- (2r_{w}^{2} - r_{w}r_{z} - r_{z}^{2}) \left[b_{1} + 2b_{2} \left(t - \frac{1}{m_{2}} \right) \right] \right\}$$

$$- \frac{1}{r_{z}^{2} - r_{w}^{2}} \left\{ (a_{0} - b_{0}) + \left[(a_{1} - b_{1}) - \frac{2}{m_{2}} (a_{2} - b_{2}) \right] \left(t - \frac{1}{m_{2}} \right) \right\}$$

$$+ (a_{2} - b_{2})t^{2} \right\}; \qquad (24)$$

cas III

$$g_{1}(t) = \frac{1}{a(r_{z} - r_{w}) \ln \frac{r_{z}}{r_{w}}} \left\{ \left(r_{z} \ln \frac{r_{z}}{r_{w}} - r_{z} + r_{w} \right) \right. \\ \left. \times \left[a_{1} + 2a_{2} \left(t - \frac{1}{m_{3}} \right) \right] - \left(r_{w} \ln \frac{r_{z}}{r_{w}} - r_{z} + r_{w} \right) \right. \\ \left. \times \left[b_{1} + 2b_{2} \left(t - \frac{1}{m_{3}} \right) \right] \right\}; \quad (25)$$

cas IV

$$g_{2}(t) = \frac{1}{2a(r_{z}^{2} - r_{w}^{2}) \ln \frac{r_{z}}{r_{w}}} \left\{ \left(2r_{z}^{2} \ln \frac{r_{z}}{r_{w}} - r_{z}^{2} + r_{w}^{2} \right) \right. \\ \left. \times \left[a_{1} + 2a_{2} \left(t - \frac{1}{m_{4}} \right) \right] - \left(2r_{w}^{2} \ln \frac{r_{z}}{r_{w}} - r_{z}^{2} + r_{w}^{2} \right) \right. \\ \left. \times \left[b_{1} + 2b_{2} \left(t - \frac{1}{m_{4}} \right) \right] \right\}.$$
(26)

Pour les conditions stationnaires quand $T_1(t) = T_1$ et $T_2(t) = T_2$ les formules précédantes se réduisent à : cas I

$$f_1(t) = f_1 = -\frac{12a \ln \frac{T_z}{r_w}}{m_1(r_z - r_w)^4} (T_1 - T_2); \quad (27)$$

cas II

$$f_2(t) = f_2 = -\frac{1}{r_z^2 - r_w^2} (T_1 - T_2); \qquad (28)$$

cas III et IV

$$g_1(t) = g_2(t) = 0.$$
 (29)

Compte tenu du fait (29) on peut constater que l'expression (21) se réduit aussi à la forme connue:

$$q(t) = q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{r_z \ln \frac{r_z}{r_w}} = \text{const.}$$
(30)

La précision des expressions présentées ci-dessus a été estimée sur exemple de mesurage fictif du flux de chaleur sur la surface extérieure d'un tube-fluxmètre ou d'un capteur de mesure de la sonde fluxmétrique. On a demontré cela pour un échelon du flux d'amplitude q_0 , en admettant qu'il est circulaire et symétrique. La face intérieure est refroidie. Les températures $T_1(t)$ et $T_2(t)$ dont les variations sont mesurées dans ce cas sont identiques à celles qui résultent de la résolution exacte du problème direct [16]. Le cylindre, de dimension $r_z = 0.019$ m et $r_w = 0.015$ m, est fait en acier 3H13 (d'après NF A35-572 il est proche de Z30C13) dont les caractéristiques thermiques sont pratiquement constantes dans un intervalle étendu de températures : $\lambda = 27.1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $a = 0.68 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. On a pris les paramètres suivants: $q_0 = 150\,000 \text{ W m}^{-2}$, $Bi = \alpha_w r_w/\lambda = 3 (\alpha_w = 5420 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1})$. Les températures $T_1(t)$ et $T_2(t)$ sont approximées par des polynômes de 3^e degré lesquels sur l'intervalle examiné, c'est-à-dire $0,02r_w^2/a \le t \le 0.45r_w^2/a$, donnent de meilleurs résultats que des polynômes de 2^e degré. Elles s'écrivent :

$$T_1(t) = 7,424 + 11,082t - 0,889t^2 + 0,025t^3$$

$$T_2(t) = -2,160 + 7,772t - 0,616t^2 + 0,017t^3.$$
 (31)

La méthode décrite précédemment est utilisée pour déduire q(t). L'erreur est définie par:

$$E = \frac{q(t) - q_0}{q_0} \cdot 100\%.$$
 (32)

Les résultats de calculs sont présentés dans le Tableau 1.

Pour estimer l'influence de l'approximation des variations de température sur la précision de la méthode, on a réduit l'intervalle de temps à $0.2r_w^2/a \le t \le 0.45r_w^2/a$, en faisant en même temps l'approximation $T_1(t)$ et $T_2(t)$ par des polynômes de 2^e degré :

$$T_1(t) = 27,562 + 4,084t - 0,136t^2$$

$$T_2(t) = 11,922 + 2,922t - 0,097t^2.$$
 (33)

Les calculs sont faits pour les cas I et IV qui donnent, en regardant le Tableau 1, les meilleurs résultats. Dans ce dernier cas, les résultats sont présentés au Tableau 2.

On voit sur les deux tables que la précision de la méthode proposée est bonne. Des quatre cas étudié ici, le cas II donne les plus mauvais résultats. La comparaison prouve que l'approximation des variations de températures a une grande influence sur les résultats obtenus. Quand elles sont plus proches de la situation réelle les erreurs sont moindres.

Il faut souligner que les valeurs des erreurs portées dans les tables contiennent l'erreur de la méthode ellemême dont on a utilisé la méthode approchée et les erreurs d'approximations des courbes de températures.

3. ÉTUDES EXPÉRIMENTALES

On se propose d'utiliser les résultats théoriques précédents pour effectuer une mesure précise du flux de chaleur. Le dispositif expérimental est représenté sur la Fig. 2. C'est une sonde fluximétrique portative (rétractable) et refroidie par le fluide---de l'eau ou de l'air comprimé. Elle permet de mesurer le flux instationnaire et stationnaire. Son élément principal est un capteur de mesure constitué par un cylindre étant par exemple un secteur du tube. Ses rayons et ses caractéristiques thermiques sont connus. Pour mesurer les variations des températures, on a utilisé des thermocouples sous gaine métallique de petits diamètres. Ils sont soudés sur les surfaces d'échange de chaleur. Ils y sont guidés par des trous percés dans l'une des parois latérales. Ces dernières sont isolées par un bon isolant, par exemple de l'amiante, ce qui n'assure que l'écoulement radial de chaleur. La distance séparant ces deux thermocouples est choisie comme la plus grande possible, afin d'améliorer la précision de la détermination du flux de chaleur. Les thermocouples sont protégés sur toutes leurs longueurs. Le fluide de refroidissement circule dans des conduites en acier mince.

La sonde présentée a été construite afin de l'utiliser aux chaudières à vapeur, où le flux au périmètre d'un tube change beaucoup. C'est pourquoi le capteur à d'étroites fentes longitudinales remplies par une isolation thermique. Ainsi, on a obtenu des ailettes de mesure dont la charge calorifique superficielle est pratiquement constante. Ceci empêche l'écoulement périphérique de chaleur et permet d'appliquer les formules déduites ci-dessus. Pour une telle construction les thermocouples peuvent être placés de la façon décrite dans plusieurs plans du périmètre en rendant possible la mesure du flux dans plusieurs directions simultanément.

Le fluxmètre que nous venons de décrire a été testé sur des mesures du flux de chaleur dans une chaudière au charbon pulvérisé-gaz de haut fourneau. On l'a introduit à l'intérieur de la chaudière par l'orifice de façon telle que sa face réceptrice soit dans le plan des tubes-écrans. Le capteur des dimensions: $r_z =$ 0,057 m, $r_w = 0,037$ m était an acier 3H13. Son rayon extérieur est le même que celui des tubes-écrans. Pour mesurer les variations des températures on a utilisé des thermocouples type J, sous gaine métallique de diamètre ϕ 0,001 m. Afin d'estimer cette sonde, on a fait le mesurage comparatif utilisant en même temps



FIG. 2. La sonde fluxmétrique portative et refroidie: 1, capteur; 2, thermocouples; 3-6, les éléments de la tête du capteur; 7, 8, isolant; 9-11, conduites pour le fluide de refroidissement; 12, tube de protection des thermocouples.

	0,45 14,89	58,30 33,91 58,35 33,94	154 157,0 2,77	164 060,7 9,37	155376,7 3,58	155436,1 3,62
$Wm^{-2}K^{-1}$	0,30 9,93	54,74 31,36 54,44 31,17	145 438,4 3,04	154870,7 3,25	146 654,8 2,23	146 691,2 2,21
	0,20 6,62	48,65 27,01 49,13 27,30	149 573,8 - 0,28	158 399,3 5,60	150 188,7 0,12	150306,2 0,20
	0,10 3,31	35,38 17,54 35,27 17,44	149 <i>72</i> 7,2 - 0,18	156900,3 4,60	149134,3 0,58	149410,1 0,39
	0,06 1,98	26,42 11,14 26,32 10,98	147712,8 -1.52	153776,3 2,52	146 297,0 - 2,47	146 657,8 2,23
	0,0 4 1,32	20,77 7,12 20,65 7,09	144 044,9 3,97	149435,2 0,37	142 347,9 - 5,10	142755,8 4,83
	0,02 0,66	14,03 2,56 14,36 2,72	140 105,3 - 6,59	144 735,9 - 3,51	138 036,5 - 7,97	138 494,5 7,67
	$Fo = at/r_{\rm w}^2$	d'après (16) d'après (31)	q(1), W m ⁻² d'après (20), (14) et (15) E, %	q(1), W m ⁻² d'après (20), (14) et (16) E, %	q(t), W m ⁻² d'après (21), (14) et (17) E, %	q(t), W m ⁻² d'après (21), (14) et (18) E, %
		7,(0, ^c 7,(0, °C 7,(0, °C 7,(0, °C	cas I	cas II	cas III	cas IV

Tableau 1. Les résultats de calculs des températures, des erreurs et du flux de chaleur sur la surface extérieure du cylindre refroidi, d'après la méthode proposée ($q_0 = 150000$ M m⁻², $\alpha_w = 5420$

	$Fo = at/r_w^2$	0,20 6,62	0,30 9,93	0,45 14,89			
cas I	q(t), W m ⁻² d'après (20) et (23) E, %	145 459,9 3,03	149 567,7 -0,29	146 386,7 - 2,41			
cas IV	q(t), W m ⁻² d'après (21) et (26) E, %	146 242,5 - 2,51	150 714,6 0,47	147 906,2 1,39			

Tableau 2. Les erreurs de calcul du flux de chaleur sur la surface extérieure du cylindre refroidi, d'après la méthode proposée $(q_0 = 150\,000 \text{ W m}^{-2}, \alpha_w = 5420 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1})$. $T_1(t)$ et $T_2(t)$ approximées par les polynômes (33)

le fluxmètre avec le capteur constitué par la plaque [3]. Pour montrer que les écoulements périphériques de chaleur ont une grande influence, quand le flux change sur le périmètre, on a fait aussi une mesure identique en utilisant la sonde avec le capteur cylindrique sans fentes dont les dimensions étaient celles citées ci-dessus. Dans les deux cas les capteurs ont été faits en acier 3H13. Pour calculer le flux, on a utilisé les formules correspondantes au cas IV. Les variations de températures ont été approximées, en divisant l'intervalle de temps considéré, par des polynômes de 2^e degré tout au plus. Au capteur sous la forme de plaque, l'expression convenable est [3]:

$$q(t) = \lambda \left[\frac{T_1(t) - T_2(t)}{\delta} + \frac{1}{2} \delta w(t) \right]$$
(34)

où w(t), en effectuant l'approximation $T_1(t)$ et $T_2(t)$ par (22), est:

$$w(t) = \frac{1}{a} \left[\frac{1}{2} (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) \left(t - \frac{\delta^2}{12a} \right) \right].$$
(35)



FIG. 3. Variations des températures mesurées et du flux de chaleur déterminé à l'aide des sondes avec les capteurs sous la forme: (a) de cylindre avec fentes et de plaque; (b) de cylindres avec et sans fentes.

On présente, comme un exemple sur la Fig. 3, les résultats des mesures de températures et des calculs du flux de chaleur.

On constate une différence très petite et pratiquement négligeable entre les valeurs du flux de chaleur déterminées à l'aide des fluxmètres avec les capteurs constitués par le cylindre avec les fentes et par la plaque, Fig. 3(a). Par contre les résultats sont plus faibles quand on n'a pas égard à l'écoulement périphérique de chaleur de la zone de mesure. dans le cas de capteur cylindrique sans fentes, Fig. 3(b). Cet abaissement dépend de beaucoup de facteurs dont nous avons parlé en introduction. Pourtant les fentes font leur devoir et la construction de la sonde fluxmétrique portative est bien faite.

4. CONCLUSIONS

Cette étude est relative à l'élaboration de principes théoriques de mesure et à la réalisation d'un fluxmètre permettant d'obtenir simplement les flux de chaleur instationnaires et stationnaires sur les surfaces cylindriques, même s'ils changent sur le périmètre de cellesci. La méthode est basée sur la connaissance des variations des températures mesurées en deux points du corps solide constitué par le cylindre (le tube). Ses caractéristiques thermiques, c'est-à-dire la conductivité et la diffusivité, sont connues et indépendentes de la température dans l'intervalle de fonctionnement. Cette indépendance ne limite pas la méthode parce qu'on peut choisir des aciers présentant ces exigences. En plus, l'intervalle de température de fonctionnement des éléments de mesure n'est pas grande. Il en résulte qu'en prenant les valeurs moyennes de grandeurs mentionnées, on peut appliquer la méthode proposée avec la précision très suffisante dans la pratique et la traiter comme plus générale.

Les formules obtenues sont très simples, peu laborieuses en se limitant aux simples opérations mathématiques. Elles se caractérisent par une bonne précision. Des quatre cas qu'on a étudiés les résultats les plus défavorables sont relatifs au cas II. La précision de la méthode est d'autant meilleure que les approximations des variations de températures des surfaces sont plus proches de la situation réelle. Ceci peut être parfois réalisé, en divisant l'intervalle de temps considéré. La méthode permet de déterminer le flux de chaleur à partir du temps pour lequel les variations des températures enregistrées des deux surfaces du cylindre sont significatives vis-à-vis des erreurs de mesure.

La construction de la sonde fluxmétrique portative et refroidie par le fluide est conforme au modèle théorique. Elle permet de mesurer en continu les flux de chaleur locaux stationnaires et instationnaires. La sonde est composée d'éléments simples à réaliser. Les thermocouples sont protégés sur toutes leurs longueurs et ils sont fixés d'une façon sûre, ayant un bon contact.

Dans le cas du flux de chaleur non uniforme sur le périmètre du cylindre, la précision sur la mesure dépend essentiellement de l'incertitude sur la détermination du coefficient d'écoulement périphérique de la chaleur. Pour éviter ces inconvénients, on a construit le capteur de mesure réagissant contre cet écoulement, en faisant des fentes longitudinales rempliées par un isolant. Ainsi se forment les ailettes de mesure dont les charges calorifiques superficielles sont pratiquement constantes, ce qui permet d'appliquer les expressions obtenues. Grâce à ces ailettes il est possible de mesurer des flux de chaleur dans plusieurs directions simultanément sur le périmètre du capteur et en faisant un fluxmètre plus universel.

Il convient de remarquer que la méthode suppose que l'état de la surface réceptrice du capteur de masure est le même que celui de la surface de chauffe et que sa température soit très proche de celle-ci. Elle peut être choisie convenablement en réglant le niveau de température du fluide de refroidissement.

L'étude pratique d'utilisation a montré la facilité de mise en oeuvre ainsi que la sûreté d'exploitation du fluxmètre.

Enfin signalons pour terminer que rien ne s'oppose à l'application de la méthode dans d'autres installations thermiques.

REFERENCES

1. M. Maljean, Mesure et analyse des températures et flux calorifiques sur tubes de chaudières en vue de limiter les sollicitations d'origine thermique, Revue Gén. Thermique 11(130), 951-962 (1972).

- S. A. Cygankov, A. A. Majorov et U. J. Tokarev, Charge calorifique sur écran de chaudière de récupération suivant le régime de l'aspirateur (titre traduit du russe), *Stal* No. 8, 769-773 (1978).
- 3. S. Lopata, Méthode simple de détermination du flux de chaleur stationnaire et instationnaire sur les surfaces de chauffe des chaudières. Construction d'un fluxmètre, *Revue Gén. Thermique* 23(266), 103-112 (1984).
- Ch. J. Chen and D. M. Thomsen, On transient cylindrical surface heat flux predicted from interior temperature response, AIAA J. 13(5), 697-699 (1975).
- V. I. Zhuk and A. S. Golosov, Engineering methods for determining thermal boundary conditions by temperature measurements, J. Engng Phys. 29(1), 45-50 (1975).
- V. S. Kulikov, G. A. Surkov, V. V. Mazak and F. B. Yurevich, The unsteady state method for measuring heat fluxes, J. Engng Phys. 29(1), 51-55 (1975).
- E. S. Karasina, A. A. Abrutin et A. N. Efimenko, Détermination de la résistance thermique des mâchefers et cendres sur tubes—écrans à l'aide d'un fluxmètre refroidí (titre traduit du russe), *Teploenergetika* No. 1, 36–39 (1979).
- S. B. H. C. Neal, E. W. Northover and R. J. Preece, The measurement of radiant heat flux in large boiler furnaces—II. Development of flux measuring instruments, *Int. J. Heat Mass Transfer* 23, 1023–1031 (1980).
- I. Y. Semenovker et V. G. Gendelev, Tube-fluxmètrel'appareil aux tubes-écrans (titre traduit du russe). *Teploenergetika* 17(4), 63-66 (1970).
- I. I. Belakov et V. V. Sokolov, Tube-fluxmètre universel pour des écrans à ailettes (titre traduit du russe). Energomashinostroyenie 23(11), 38-39 (1977).
- A. A. Kirsanov, B. L. Markov, V. N. Frolov, V. I. Kozlov, A. D. Kiselev et R. N. Galamov, Dispositifs pour la mesure des températures des écrans et des flux thermiques sur leurs surfaces (titre traduit du russe), *Teploenergetika* No. 9, 75-76 (1973).
- F. Młynarski et J. Treger, Mesure des flux thermiques sur tubes-écrans de la chaudière de récupération (titre traduit du polonais), *Gospod. Paliwami Energia* 27(6), 5-7 (1979).
- A. Habryka, Controle de validité de la circulation de l'eau aux vaporisateurs des chaudières de centrales thermiques par la méthode de mesure des températures (titre traduit du polonais), Energetyka 42(2), 63-67 (1988).
- R. Pich, Vereinfachte Berechnung der Wandtemperaturen einseitig angestrahlter Feurraumrohre, Brennst.-Wärme-Kraft 17(6), 298-304 (1965).
- Y. D. Sokolov, Method of Averaging of the Functional Corrections. Naukova Dumka, Kiev (1967).
- J. Taler, Unsteady temperature and thermal stresses in a hollow cylinder heated on the outer and cooled on the inner surface, *Mechanika Teoretyczna Stosowana* 17(4), 537-551 (1979).

DETERMINATION OF UNSTEADY HEAT FLUX OF THE CYLINDRICAL SURFACES

Abstract—The subject of the present paper is the determination of the unsteady local heat flux on cylindrical surfaces. The method is based on the temperature measurement on the surfaces of a cylindrical solid in two locations. The solution is obtained by the method of averaging of the functional corrections. The proposed simple formulas give high accuracy. Also the construction and the results of the experimental investigations of the portable instrument for measuring the heat flux are presented.

BESTIMMUNG DER INSTATIONÄREN WÄRMESTROMDICHTE AN ZYLINDRISCHEN OBERFLÄCHEN

Zusammenfassung—In der Arbeit wurde die Bestimmung der örtlichen Wärmestromdichten an zylindrischen Oberflächen behandelt. Das vorgeschlagene Verfahren basiert auf den in zwei Punkten gemessenen Temperaturen. Zur Lösung des Problems wurde die Methode der mittleren funktionellen Korrektionen. Darüber hinaus wurden die Konstruktion der Sonde und die experimentellen Ergebnisse dargestellt. Es wurde geprüft dass die Genauigkeit der hergeleiteten Beziehungen befriedigeng ist.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОВОЙ НАГРУЗКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Авнотация—Дано определение нестационарной локальной тепловой нагрузки цилиндрических поверхностей. Метод основан на измерении температуры поверхности цилиндрического твердого тела в двух точках. Решение получено методом усреднения функциональных поправок. Предложенные простые формулы дают высокую точность. Представлены также описание конструкции и результаты экспериментальных исследований с помощью портативного аппарата для измерения теплового потока.